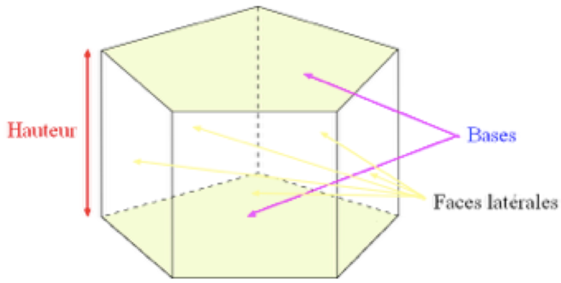
MATHS - 3A - 3C – 3E -   Travail pour le 06/04 –

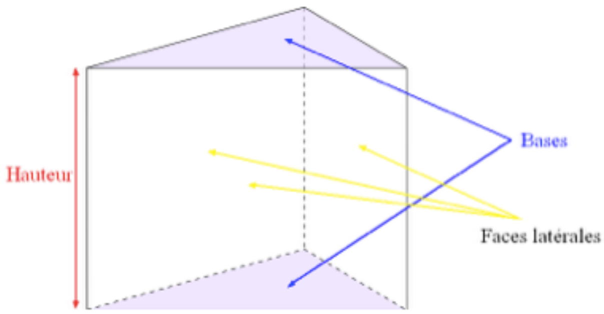
- Corriger les exercices à l'aide de ce qui suit
- A la suite du cours de la semaine dernière (feuille de classeur que vous rangerez dans votre porte-vue), recopier ce qui est en rouge (Vous pouvez aussi vous aider du cours p 253 pour ordonner vos notes)
- Envoyez vos travaux (cours recopié)
- Chercher les exercices 85 p 253 ; 78 p 187 ; 79 p187 à rédiger et à envoyer sur pronote; les 2 exercices ci-joints (conteneurs et Mont Saint Michel).
- **Attention : un qcm évalué sur le chapitre volume sera à faire en ligne mardi !**

1a. PRISME DROIT

Un prisme droit est un solide qui possède :
- Deux bases qui sont des polygones parallèles et superposables
- Des faces latérales rectangulaires perpendiculaires aux bases



Prisme droit à base pentagonale

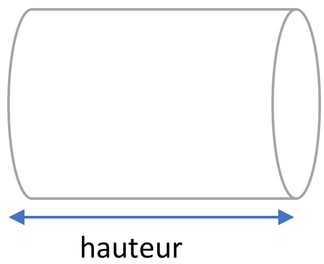


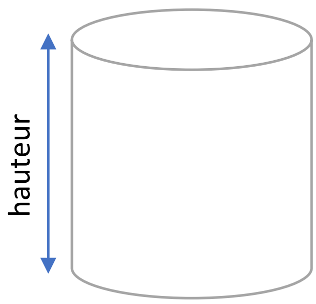
Prisme droit à base triangulaire

la hauteur d'un prisme est la distance entre les deux bases.

1b. LE CYLINDRE DE RÉVOLUTION

Un cylindre de révolution a deux bases qui sont des cercles de même rayon, situées l'une « en face » de l'autre .
La hauteur d'un cylindre est le segment qui joint les deux bases perpendiculairement .





1c. Formules de volume

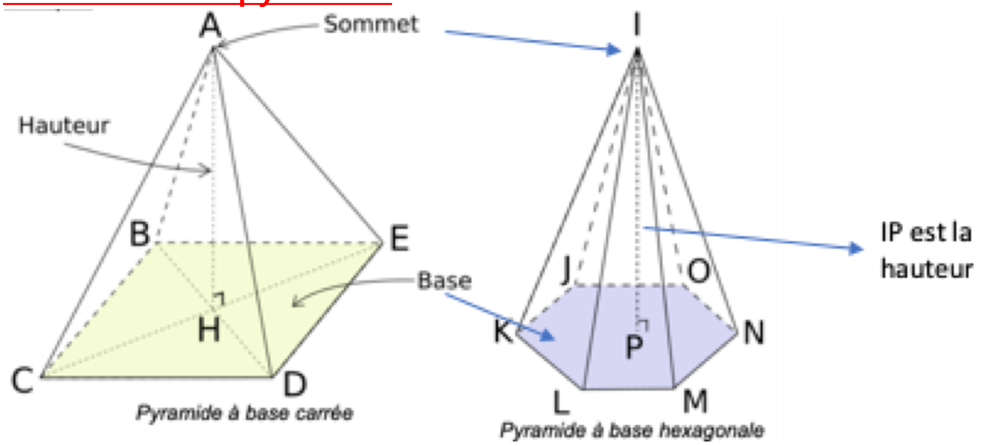
Volume d'un prisme = aire de la base x hauteur

Volume du cylindre = aire de la base x hauteur

Pour le cylindre, la base est un disque donc :
Aire de la base = $\pi \times rayon \times rayon$

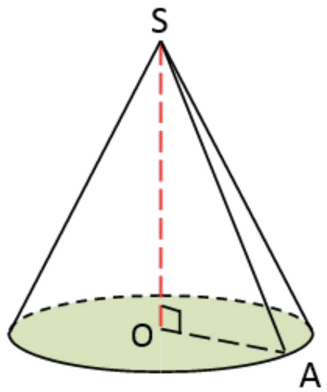
2a. LA PYRAMIDE

Une pyramide est un solide constitué **d'une base** (face polygonale) et de faces triangulaires. Les faces triangulaires ont un sommet commun : c'est le **sommet de la pyramide**.



2b. LE CÔNE

Un cône de révolution est un solide comme celui-ci :



S est le sommet du cône
Le disque vert est la base du cône
[SO] est la hauteur du cône
[SA] est la génératrice du cône

(Si l'on prend le segment [SA] , si l'on fixe S et que l'on fait tourner le point A en suivant un cercle, alors le segment génère le cône.)

2c. Formules de volume

Volume d'une pyramide = (aire de la base x hauteur) : 3
Volume du cône = (aire de la base x hauteur) : 3

Exercice 39 p 153

Lors d'un agrandissement de rapport k, le volume d'un solide est multiplié par k^3.

On note v le volume de départ. Lorsque l'on augmente un volume de 10 % cela revient à calculer : $v + \left(v \times \frac{10}{100}\right)$ c'est à dire : $1 \times v + v \times \frac{10}{100}$

On factorise en cherchant le facteur commun, ici, v .

On obtient : $v \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)$

$= v \times (1 + 0{,}1)$

$= v \times 1{,}1$ Donc $\boxed{\text{augmenter de 10\% revient à multiplier par 1,1.}}$

Dans le cas de notre éponge, elle subit un agrandissement de rapport $k = 1{,}1$ donc son volume sera multiplié par $1{,}1^3$.

On note V_1 le nouveau volume de l'éponge.

$V_1 = v \times 1{,}1^3$

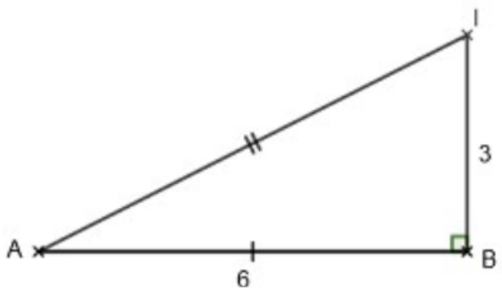
$V_1 = 100 \times 1{,}1^3$

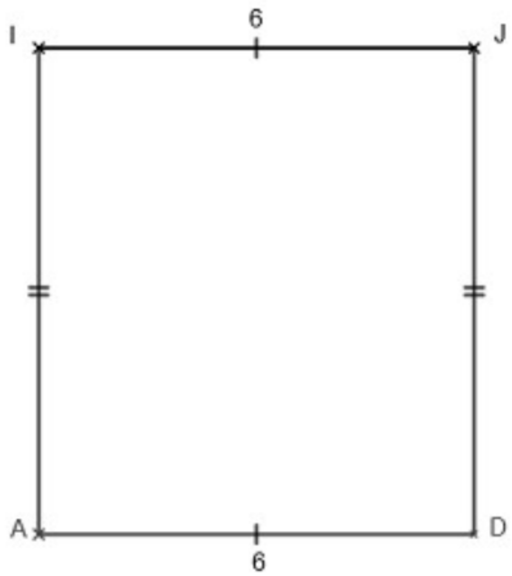
$V_1 = 133{,}1$ **Le nouveau volume de l'éponge est de 133,1 cm³ .**

Exercice 71 p 185

a) Un cube est un parallélépipède rectangle particulier.
Or, dans un parallélépipède rectangle, la section par un plan parallèle à l'une des arêtes est un rectangle donc la section AIJD est un **rectangle** . De même, un rectangle est un parallélogramme particulier donc la section AIJD est aussi un **parallélogramme.**

b) Pour construire le rectangle AIJD : il faut prendre la longueur du segment [AI] du triangle AIB rectangle en B avec le compas et reporter la longueur sur le rectangle.





c) Aire du triangle ABC = $\frac{AB \times BI}{2}$

Aire ABI = $\frac{6 \times 3}{2}$

Aire ABI = $\frac{18}{2}$

Aire ABI = 9 **L'aire du triangle ABI est de 9 cm².**

d) *Rappel : volume d'un prisme droit : V = B x h avec B : aire de la base.*

La base du prisme ABIDCJ est le triangle ABI rectangle en B donc l'aire de la base du prisme est de 9 cm².
La hauteur est l'arête [BC]. BC = 6 cm.

V = 9 x 6
V = 54 **Le volume du prisme est de 54 cm^3.**

Exercice 72 p 185

1) a) $V_{pyramide}$ = aire de la base x hauteur : 3

V_{SABCD} = $aire_{ABCD}$ x HS : 3

108 = $aire_{ABCD}$ x 9 : 3

108 = $aire_{ABCD}$ x 3

$Aire_{ABCD} = \frac{108}{3}$

$Aire_{ABCD}$ = 36 **L'aire du carré ABCD est bien de 36 cm².**

b) $Aire_{ABCD}$ = AB² donc AB² = 36 d'où **AB = 6 cm.**

c) Le périmètre est la somme de tous les côtés d'un polygone.
$Périmètre_{ABC}$ = AB +BC +AC. Il faut donc calculer AC.
Le triangle ABC **est un triangle rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a :**

$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 6^2 + 6^2$
$AC^2 = 36 + 36$
$AC^2 = 72$
$AC = \sqrt{72}$

$Périmètre_{ABC}$ = AB +BC +AC
$Périmètre_{ABC} = 6 + 6 + \sqrt{72}$
$Périmètre_{ABC} = 12 + \sqrt{72}$ **Le périmètre du triangle ABC est bien $12 + \sqrt{72}$ cm.**

2) a) Aire MNOP = 4 cm² donc MN = 2 cm. Or, AB = 6 cm, donc le coefficient de réduction est de : $\frac{2}{6}$ c'est à dire $\mathbf{\frac{1}{3}}$.

Or, lors d'un agrandissement de rapport k, le volume d'un solide est multiplié par k^3.

Donc : $Volume_{SMNOP} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times Volume_{SABCD}$

$Volume_{SMNOP} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 108$

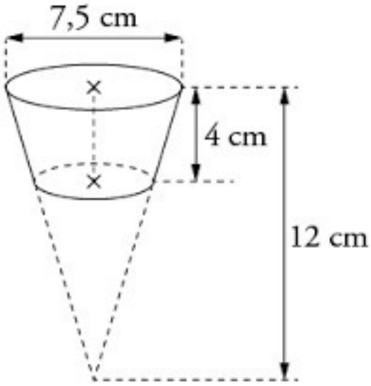
$Volume_{SMNOP}$ = 4 **Le volume de la pyramide SMNOP est de 4 cm^3 .**

b) Le coefficient de réduction est de $\frac{1}{3}$.

$MN = \frac{1}{3}$ AB , $NO = \frac{1}{3}$ BC et $MO = \frac{1}{3}$ AC donc **$Périmètre_{MNO} = \frac{1}{3}$ $périmètre_{ABC}$**

Anya a raison, il faut bien diviser le périmètre par 3.

Exercice 73 p185



a) Pour calculer le volume de la cavité (partie en trait plein sur le schéma), nous pouvons calculer d'abord le volume du grand cône, auquel nous enlèverons celui du petit.

Volume du grand cône : (son rayon est 7,5 : 2 = 3,75)

V_1 = (aire de la base x hauteur) : 3

$V_1 = \pi \times 3,75 \text{ x } 3,75 \text{ x } 12 :3$

$V_1 \approx 176,71 \text{ cm}^3$

Le petit cône a une hauteur de 12 – 4 = 8 cm.
Comme le grand cône a été coupé par un plan parallèle à sa base, le petit cône est une réduction du grand.

Rapport de réduction : $k = \frac{une\ longueur\ du\ petit\ cône}{une\ longueur\ du\ grand\ cône}$ donc $k = \frac{8}{12}$ donc $k = \frac{2}{3}$

Volume du petit cône :

Volume du petit cône = k^3 x volume du grand cône

$V_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \text{ x } V_1$

$V_2 \approx \left(\frac{2}{3}\right)^3 \text{ x } 176,71$

$V_2 \approx 52,36 \text{ cm}^3$

Volume de la cavité :

$V = V_1 – V_2$

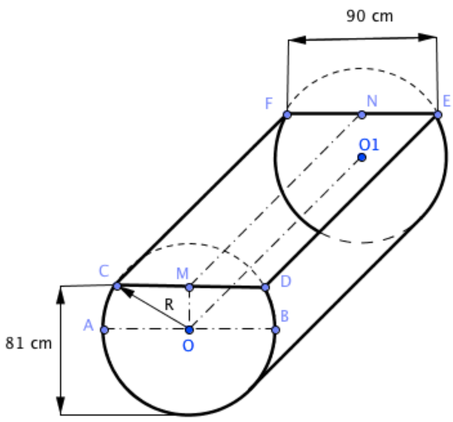
$V \approx 176,71 - 52,36$ donc $V \approx 176,71 - 52,36$ donc $V = 124,35$ donc $\boxed{V \approx 125 \text{ cm}^3}$

b) Léa veut remplir chaque cavité au tiers.
Volume de pâte souhaité :
pour une cavité : V = (125 : 3)
pour les 9 cavités du moule : V_{Total} = (125 : 3) x 9
$V_{Total} = 375 \text{ cm}^3$ donc $V_{Total} = 0,375 \text{ dm}^3$
V_{Total} = 0,375 litres

Conclusion : Léa a préparé 1 litre de pâte, ce qui est plus grand que 0,375 litre.
Donc elle aura assez de pâte pour faire 2 fournées de muffins. Il lui en restera encore 0,25 L !

Exercice 67 p184

Dans un premier temps, il vous faut compléter le schéma donné, l'enrichir de codages pour bien le comprendre.



Vous voyez ainsi que :

CD = 90 cm donc CM = = 45 cm et MO = 81 – R

MCO est un triangle rectangle en M car le plan de coupe est perpendiculaire à l'axe (cf l'énoncé)

Donc je peux appliquer le théorème de Pythagore :

$OM^2 + MC^2 = CO^2$

$(81 - R)^2 + 45^2 = R^2$

$81^2 - 2 \times 81 \times R + R^2 + 2025 = R^2$ *(identité remarquable)*

$6561 - 162\,R + R^2 + 2025 = R^2$

$8586 - 162\,R = 0$ *(j' enlève R^2 des deux côtés)*

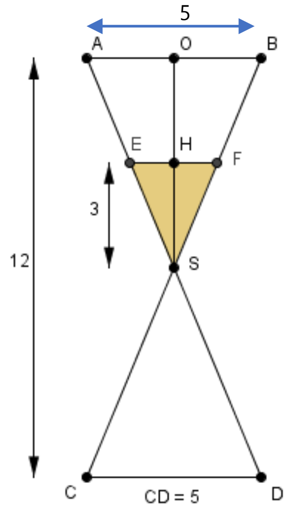
$8586 = 162\,R$ *(j'ajoute 162 R des deux côtés)*

$8586 : 162 = R$

$R = 53$ cm

Le rayon du tronc d'arbre est 53 cm

Exercice 69 p185



Dans un premier temps, il vous modéliser la situation :

Faire un schéma comme ci-contre, clair et codé sur lequel toutes les données sont présentes.

Ensuite, il faut cerner le problème : on vous demande le temps au bout duquel le sable s'est écoulé.

Donc il vous faut connaitre le volume de sable.

Le sable occupe une forme connue : le cône.

Pb : Il nous manque le rayon de sa base pour calculer son volume .

Or, en orange sur le schéma, il s'agit d'une réduction du cône de sommet S et de diamètre [AB].

Donc, commençons par calculer le volume de ce cône.

Volume de la partie haute du sablier :

Le rayon du cône est OA = 5 : 2 donc rayon = 2,5 cm

Sa hauteur est OS = 12 : 2 = 6 cm car on nous dit que les deux cônes de révolution sont identiques.

Donc :

$V_1 = (\pi \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 6) : 3$

$V_1 \approx 39{,}27\ cm^3$

<u>Rapport de réduction :</u> $k = \frac{\textit{une longueur du petit cône}}{\textit{une longueur du grand cône}}$ donc $k = \frac{SH}{SO}$ donc $k = \frac{3}{6} = 0{,}5$

<u>Volume du cône de sable :</u>

Volume du petit cône = k^3 x volume du grand cône
$V_2 = (0{,}5)^3 \text{x } V_1$
$V_2 \approx (0{,}5)^3 \text{x } 39{,}27$
$V_2 \approx 4{,}9 \text{ cm}^3$

<u>Rappel :</u> si le rapport de réduction est k
les longueurs sont multipliées par k ,
les aires sont multipliées par k^2
les volumes sont multipliés par k^3

Il y a donc environ 4,9 cm^3 de sable dans le sablier.

<u>Calcul de la durée d'écoulement :</u>

1,6 cm^3 passent en 1 minute donc en 60 secondes.
Donc nous pouvons dresser le tableau de proportionnalité suivant :

Durée en secondes	60	n
Volume en cm^3	1,6	4,9

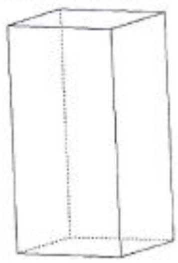
n = 60 x 4,9 : 1,6
n = 183,75 secondes n = 3x60 + 3,75 donc n = 3 minutes et 3,75 secondes

<u>Conclusion : le sable mettre environ 3 minutes et 4 secondes pour s'écouler.</u>

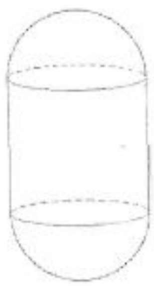
<u>Exercice Conteneurs</u>

Sur un parking, une commune veut regrouper 6 conteneurs à déchets du même modèle A ou B. Les deux modèles sont fabriqués dans le même matériau qui a partout la même épaisseur.

le conteneur A



le conteneur B

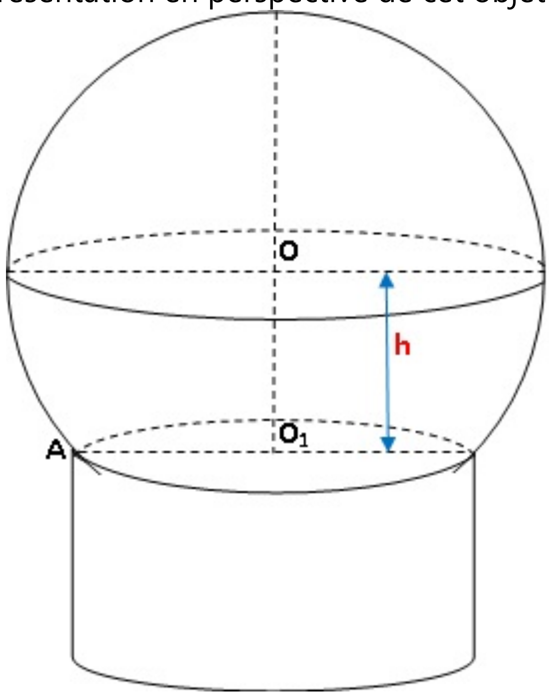


- le conteneur A est un pavé droit à base carrée de côté a=1 m, et de hauteur h=2 m
- le conteneur B est constitué de deux demi-sphères de rayon r=0,58 m et d'un cylindre de même rayon et de hauteur H=1,15 m

1. a. Vérifie que les 2 conteneurs ont pratiquement le même volume.
   b. Quels peuvent être les avantages du conteneur A ?
2. On souhaite savoir quel est le conteneur le plus économique à fabriquer.
   a. Calcule I'aire totale des 6 faces du conteneur A.
   b. Vérifie que, pour le conteneur B, l'aire totale, arrondie à 0,1 m^2 près, est 8,4 m^2.
   c. Quel est le conteneur le plus économique à fabriquer ? Justifie ta réponse.

Exercice Mont-Saint-Michel

Lors de sa sortie au Mont Saint Michel, un élève achète un souvenir dans une boutique. Cet objet est assimilé à un solide composé d'une calotte sphérique de rayon 4,5 cm posée sur un cylindre de hauteur 3,8 cm.
Voici ci-dessous une représentation en perspective de cet objet :



O est le centre de la calotte sphérique et O_1 est le centre d'une des bases du cylindre.
A est un point de la section du cylindre avec la sphère de centre O et O_1A = 3,6 cm.

1. **a.** Calculer OO_1

b. Quelle est la hauteur totale de l'objet ?

2. a. La maquette du Mont Saint Michel qui est à l'intérieur de la calotte sphérique est assimilée à un cône de hauteur 4,7 cm dont la base a pour rayon 3,6 cm.
Montrer qu'une valeur approchée du volume de cette maquette est 64 cm^3.

b. On admet que la calotte sphérique a un volume d'environ 342 cm^3. Le volume de la maquette représente-t-il moins de 20% du volume de la calotte ? Justifier .